

1.5 ΜΕΤΡΗΣΗ – ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΓΩΝΙΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Μονάδα μέτρησης γωνιών : Είναι η 1 μοίρα που γράφεται 1°

2.

Υποδιαιρέσεις της 1° : $1^\circ = 60'$ (πρώτα λεπτά) και $1' = 60''$ (δεύτερα λεπτά)

3.

Μέτρο γωνίας : Είναι ο αριθμός που μας δείχνει πόσες μοίρες είναι μία γωνία.
Κάθε γωνία έχει ένα μόνο μέτρο

4.

Μέτρο και ισότητα : Αν δύο γωνίες έχουν ίσα μέτρα τότε είναι ίσες .

5.

Διχοτόμος γωνίας : Είναι η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και χωρίζει τη γωνία σε δύο ίσες γωνίες

ΣΧΟΛΙΑ

1.

Σύγκριση δύο γωνιών : Η σύγκριση δύο γωνιών γίνεται ή με το διαφανές χαρτί ή με το μοιρογνωμόνιο.
Μεταξύ δύο γωνιών μεγαλύτερη είναι εκείνη που έχει μεγαλύτερο μέτρο

2.

Μέτρο και άνοιγμα πλευρών : Το μέτρο μιας γωνίας εξαρτάται μόνο από το 'άνοιγμα' των πλευρών της.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

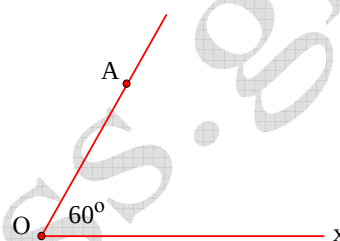
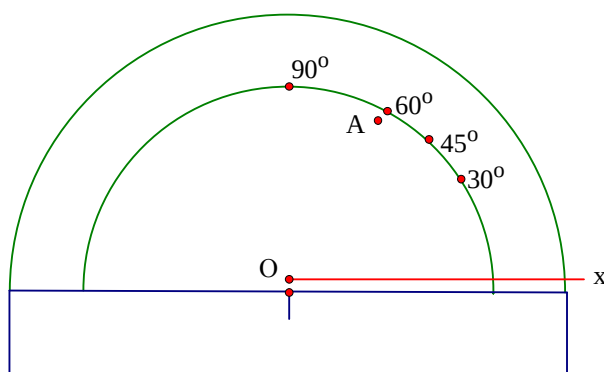
1.

Να σχεδιάσετε γωνία 60° της οποίας κορυφή να είναι το σημείο O του παρακάτω σχήματος και μία πλευρά της να είναι η ημιευθεία Ox

Προτεινόμενη λύση



Τοποθετούμε το μοιρογνωμόνιο όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα . Στην βαθμολογημένη περιοχή αναζητούμε την ένδειξη 60° και σημειώνουμε τη θέση της με το σημείο έστω A . Αποσύρουμε το μοιρογνωμόνιο και σχεδιάζουμε την ημιευθεία OA . Η γωνία $\widehat{AOx}$ είναι η ζητούμενη



2.

Να σχεδιάσετε ένα ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 3cm και να μετρήσετε τις γωνίες του .

Προτεινόμενη λύση

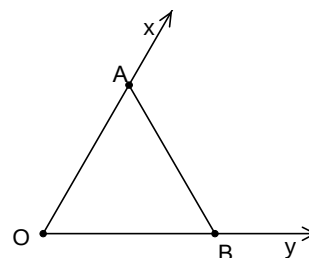
Με την βοήθεια του υποδεκάμετρου σχεδιάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο με τον παρακάτω τρόπο

Πρώτο σχεδιάζουμε μία γωνία $\widehat{xOy}$ και πάνω στις πλευρές της παίρνουμε σημεία A και B ώστε $OA = OB = 3\text{cm}$ στην συνέχεια μετράμε το τμήμα AB .Αν τύχει και είναι $AB = 3\text{cm}$ πράγμα λίγο απίθανο τότε το τρίγωνο OAB είναι ισόπλευρο .

Αλλιώς μεταβάλλουμε το άνοιγμα της γωνίας $\widehat{xOy}$ έτσι ώστε κάποια στιγμή να ισχύει $AB = 3\text{cm}$

Μετράμε τις γωνίες του τριγώνου και διαπιστώνουμε ότι

$$\widehat{O} = \widehat{A} = \widehat{B} = 60^\circ$$



3.

Να σχεδιάσετε τις διχοτόμους των γωνιών ενός ισοπλεύρου τριγώνου.

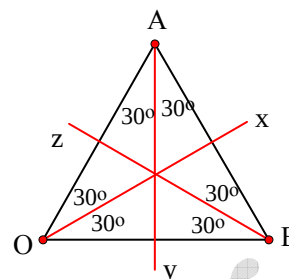
Τι παρατηρείται ;

Προτεινόμενη λύση

Με το διαφανές χαρτί αποτυπώνουμε το ισοπλευρο τρίγωνο της άσκησης 2.

Επειδή βρήκαμε στην άσκηση 2 ότι $\hat{O} = \hat{A} = \hat{B} = 60^\circ$ σχεδιάζουμε ημιευθείες Ox , Ay και Bz έτσι ώστε κάθε μία από τις γωνίες $\hat{O}$, $\hat{A}$ και $\hat{B}$ να χωρίζεται σε δύο ίσες γωνίες 30° η κάθε μία με την διαδικασία που περιγράφεται στην άσκηση 1

Παρατηρούμε ότι οι τρεις διχοτόμοι διέρχονται από το ίδιο σημείο



4.

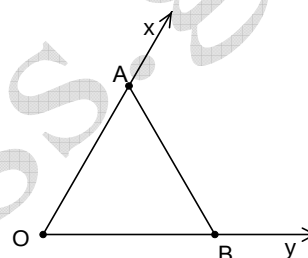
Τι έχετε να πείτε για το μέτρο των γωνιών

$x\hat{O}y$ και $A\hat{O}B$ του διπλανού σχήματος ;

Προτεινόμενη λύση

Οι γωνίες $x\hat{O}y$ και $A\hat{O}B$ έχουν το ίδιο μέτρο διότι έχουν το ίδιο άνοιγμα.

Αποτελούν τελικά την ίδια γωνία



5.

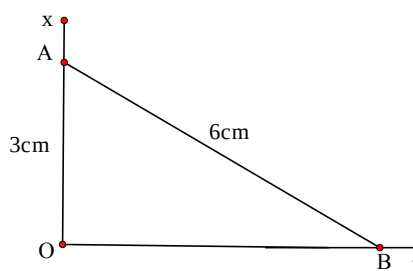
Να σχεδιάσετε γωνία $x\hat{O}y = 90^\circ$. Στην πλευρά Ox να πάρετε σημείο A έτσι ώστε $OA = 3\text{cm}$ και στην Oy σημείο B έτσι, ώστε $AB = 6\text{cm}$. Να μετρήσετε τις γωνίες του τριγώνου AOB .

Προτεινόμενη λύση

Ακολουθώντας την γνωστή διαδικασία κάνουμε ότι απαιτεί το πρόβλημα οπότε δημιουργείται το διπλανό σχήμα.

Μετρώντας τις γωνίες του τριγώνου με προσοχή βρίσκουμε ότι

$\hat{B} = 30^\circ$ και $\hat{A} = 60^\circ$ βέβαια είναι $\hat{O} = 90^\circ$



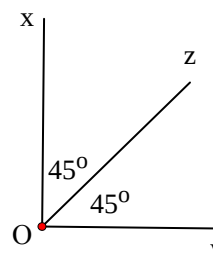
6.

Να σχεδιάσετε την διχοτόμο μιας γωνίας 90°

Προτεινόμενη λύση

Ακολουθώντας την άσκηση 1 σχεδιάζουμε γωνία

$x\hat{O}y = 90^\circ$ και στη συνέχεια ημιευθεία Oz που χωρίζει την $x\hat{O}y$ σε δύο γωνίες 45° η κάθε μία.



7.

Να σχεδιάσετε μία γωνία $\widehat{xOy} = 120^\circ$ και να φέρετε ημιευθεία Oz έτσι, ώστε η γωνία $\widehat{xOy}$ να χωρίζεται σε δύο γωνίες εκ των οποίων η μία να είναι ίση με $\frac{1}{3}\widehat{xOy}$

Προτεινόμενη λύση

$$\text{Επειδή } \frac{1}{3}\widehat{xOy} = \frac{1}{3} \cdot 120^\circ = 40^\circ$$

Ακολουθώντας την άσκηση 1 σχεδιάζουμε γωνία $\widehat{xOy} = 120^\circ$ και στη συνέχεια ημιευθεία Oz έτσι, ώστε $\widehat{xOz} = 40^\circ$

8.

Να σχεδιάσετε γωνία $\widehat{xOy} = 150^\circ$ και στη συνέχεια να σχεδιάσετε ημιευθείες έτσι, ώστε να χωρίζεται η $\widehat{xOy}$ σε τρεις ίσες γωνίες.

Προτεινόμενη λύση

Επειδή $150 : 3 = 50$ στο εσωτερικό της γωνίας $\widehat{xOy}$ σχεδιάζουμε ημιευθείες Oz και Ot έτσι, ώστε $\widehat{xOz} = \widehat{zOt} = \widehat{tOy} = 50^\circ$

9.

Να σχεδιάσετε τρίγωνο $AB\Gamma$ έτσι, ώστε $B\Gamma = 4 \text{ cm}$, $\widehat{B} = 30^\circ$ και $\widehat{\Gamma} = 60^\circ$.

Πόσες μοίρες είναι η γωνία $\widehat{A}$ του τριγώνου ;

Προτεινόμενη λύση

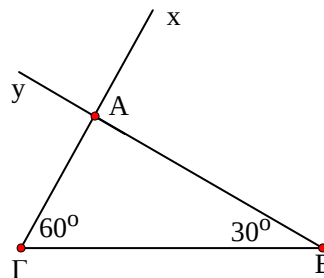
Σχεδιάζουμε με το υποδεκάμετρο ευθύγραμμο τμήμα $B\Gamma = 4 \text{ cm}$.

Με κορυφές τα B και Γ και με την διαδικασία της άσκησης 1 κατασκευάζουμε γωνίες

$$\widehat{yB\Gamma} = 30^\circ \text{ και } \widehat{x\Gamma B} = 60^\circ$$

Αν ονομάσουμε A το σημείο τομής των By και Γx , το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι το ζητούμενο.

Μετρώντας την γωνία $\widehat{A}$ διαπιστώνουμε ότι αυτή είναι 90°



10.

Να σχεδιάσετε τρίγωνο $AB\Gamma$ έτσι, ώστε $AB = 3\text{ cm}$, $A\Gamma = 3\text{ cm}$ και $\hat{A} = 60^\circ$.

Να μετρήσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου. Τι παρατηρείται;

Προτεινόμενη λύση

Κατασκευάζουμε γωνία $x\hat{A}y = 60^\circ$ και στις πλευρές της παίρνουμε σημεία B και Γ έτσι, ώστε $AB = A\Gamma = 3\text{ cm}$.

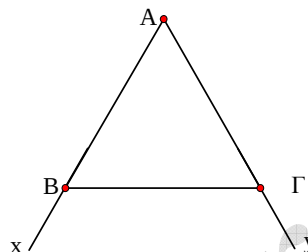
Γράφουμε το τμήμα $B\Gamma$.

Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αυτό που ζητάμε.

Μετρώντας με προσοχή τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$

βρίσκουμε ότι $\hat{B} = 60^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$

Παρατηρούμε ότι $\hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma}$

**11.**

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις

α) Μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η...

β) Διχοτόμος μιας γωνίας είναι ηπου έχει αρχή την ...της γωνίας και χωρίζει την γωνία σε δύο....γωνίες

γ) Αν δύο γωνίες έχουν ίσα ... τότε είναι ...

Απάντηση

α) Μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η **1 μοίρα**

β) Διχοτόμος μιας γωνίας είναι η **ημιευθεία** που έχει αρχή την **κορυφή** της γωνίας και χωρίζει την γωνία σε δύο **ίσες** γωνίες

γ) Αν δύο γωνίες έχουν ίσα **μέτρα** τότε είναι **ίσες**.